

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Алтайский государственный педагогический университет»
(ФГБОУ ВО «АлтГПУ»)

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

Наименование испытания:

«Математика»

Барнаул – 2020

Цель и задачи вступительного экзамена

Цель вступительного экзамена – определить уровень освоения абитуриентами Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по предмету «Математика».

Задачи:

1. Определить уровень сформированности математических компетентностей абитуриентов.
2. Определить рейтинг абитуриентов по итогам вступительного экзамена «Математика».

Содержание тем программы

Содержание тем данной программы соответствует примерной программе по математике, разработанной Министерством образования и науки Российской Федерации.

I. Основные математические понятия и факты

Алгебра и начала анализа

Целые числа. Степень с натуральным показателем. Дроби, проценты, рациональные числа. Степень с целым показателем. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Свойства степени с действительным показателем. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Логарифм числа. Логарифм произведения, частного, степени. Десятичный и натуральный логарифмы, число e . Преобразования выражений, включающих арифметические операции. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени. Преобразования тригонометрических выражений. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования. Модуль (абсолютная величина) числа. Квадратные уравнения. Рациональные уравнения. Иррациональные уравнения. Тригонометрические уравнения. Показательные уравнения. Логарифмические уравнения. Равносильность уравнений, систем уравнений. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений. Квадратные неравенства. Рациональные неравенства. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Системы линейных неравенств. Системы неравенств с одной переменной. Равносильность неравенств, систем

неравенств. Равносильность неравенств, систем неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем. Функция, область определения функции. Множество значений функции. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Обратная функция. График обратной функции. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат. Монотонность функций. Промежутки возрастания и убывания. Четность и нечетность функций. Периодичность функций. Ограниченность функций. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Линейная функция, ее график. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график. Квадратичная функция, ее график. Степенная функция с натуральным показателем, ее график. Тригонометрические функции, их графики. Показательная функция, ее график. Логарифмическая функция, ее график. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Вторая производная и ее физический смысл. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Первообразные элементарных функций. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

Геометрия

Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, квадрат, ромб. Трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства. Параллельность плоскостей, признаки и свойства. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма, правильная призма. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр). Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Шар и сфера, их сечения. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги

окружности. Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными прямыми, параллельными плоскостями. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы. Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы. Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам. Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами.

II. Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала анализа

Свойства функции $y = kx$ и её график.
Свойства функции $y = kx + b$ и её график.
Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и её график.
Свойства корней квадратного трёхчлена.
Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители.
Свойства числовых неравенств.
Логарифм произведения, степени, частного.
Определение и свойства функций $y = \sin x$, $y = \cos x$ и их графики.
Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и её график.
Определение и свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$ и её график.
Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.
Формулы приведения.
Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
Тригонометрические функции двойного аргумента.
Производная суммы двух функций.

Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника.
Свойства точек, равноудалённых от концов отрезка.
Признаки параллельности прямых.
Сумма углов треугольника.
Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.
Признаки параллелограмма, его свойства.
Окружность, описанная около треугольника.
Окружность, вписанная в треугольник.
Касательная к окружности и её свойства.
Величина угла, вписанного в окружность.
Признаки подобия треугольника. Теорема синусов. Теорема Пифагора.
Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Формула расстояния между двумя точками плоскости.

Уравнение окружности.

Формулы нахождения площадей и объемов многогранников, тел вращения.

Угол между прямыми в пространстве, прямой и плоскостью, плоскостями.

Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными прямыми, параллельными плоскостями.

Обобщенный план (структура) варианта вступительного экзамена по математике

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий:

– часть 1 содержит 8 заданий (задания 1–8) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

– часть 2 содержит 4 задания (задания 9–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 4 задания (задания 13–16) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях, сформированности навыков решения типовых задач из курса «Алгебра и начала анализа», а также курса «Геометрия» (планиметрия и стереометрия).

Посредством заданий части 2 осуществляется проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне. Часть 2 содержит задания повышенного по сравнению с базовым уровнем сложности, среди которых присутствуют задачи по алгебре и началам анализа, геометрии, которые проверяют усвоение знаний: основных тригонометрических формул, правил дифференцирования и т.п.; сформированность навыков: составления моделей к задачам и их исследование, решения тригонометрических и показательных уравнений и неравенств, решения уравнений с параметром и стереометрической задачи с элементами доказательства.

Верно выполненные задания 1 – 8 оцениваются 5 баллами, задания 9 - 10 оцениваются от 0 до 6 баллов, 11 - 12 оцениваются от 0 до 7 баллов, 13 - 14 оцениваются от 0 до 8 баллов, 15 - 16 оцениваются от 0 до 9 баллов.

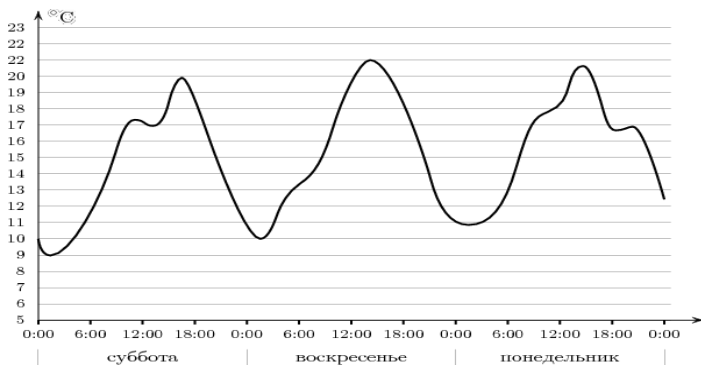
Итоговая оценка выставляется по 100-балльной шкале на основе суммарного количества зачетных баллов, набранных абитуриентами при выполнении экзаменационной работы (максимум – 100 баллов).

Образец контрольно-измерительного материала

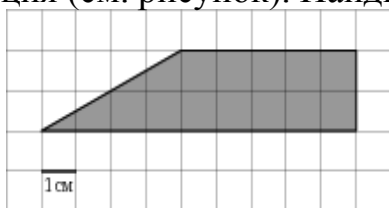
Часть 1

1. В летнем лагере 219 детей и 28 воспитателей. В автобус помещается не более 48 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?

2. На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населённом пункте на протяжении трех суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с субботы на воскресенье. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.

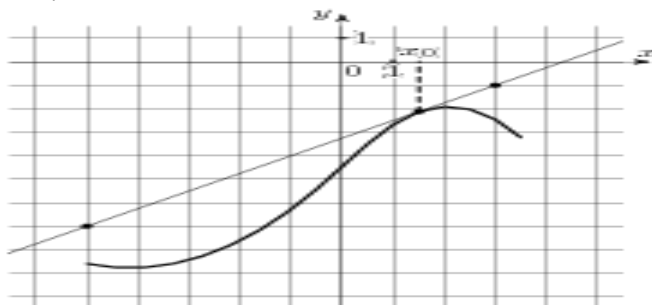


4. Найдите значение выражения: $7^{\sqrt{3}+5} \cdot 7^{-3-\sqrt{3}}$.

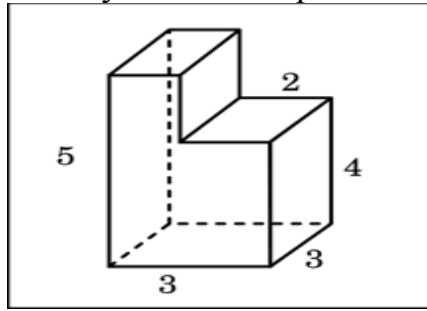
5. Найдите корень уравнения $x^2 = 25$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите их сумму.

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 5$, $AC = 4$. Найдите $\operatorname{tg} A$.

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



8. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Часть 2

9. Найдите значение выражения: $\frac{10 \sin 149^\circ \cdot \cos 149^\circ}{\sin 298^\circ}$.

10. На изготовление 16 деталей первый рабочий затрачивает на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 40 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

11. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на большие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, сила Архимеда, действующая на аппарат, будет определяться по формуле: $F_A = \rho g l^3$, где l — линейный размер аппарата, $\rho = 1000$ кг/м³ — плотность воды, а $g = 9.8$ Н/кг — ускорение свободного падения. Каковы могут быть максимальные линейные размеры аппарата (в метрах), чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении не будет превосходить 5017600 Н?

12. Найдите точку минимума функции $y = (x - 2)^2 e^{x-5}$.

13. а) Решите уравнение $-2 \sin^2 x - 3 \cos x + 3 = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $[3\pi; 4\pi]$.

14. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 8$ и $BC = 6$. Длины боковых рёбер

пирамиды $SA = \sqrt{21}$, $SB = \sqrt{85}$, $SD = \sqrt{57}$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямыми SC и BD .

15. Решите неравенство $\frac{6^x - 1}{6^x - 6} \leq 1 + \frac{3}{6^x - 4}$.

16. При каких значениях параметра n уравнение $(1 + 3x)(nx^2 - 3x + 1) = 0$ имеет два различных действительных корня.

Программа одобрена на заседании приемной комиссии 19.10.2020 г. протокол № 13

Программа утверждена на заседании Ученого совета 26.10.2020 г. протокол №3